



## City Research Online

### City, University of London Institutional Repository

---

**Citation:** van Goethem, D.A., Haverkort, H., Meulemans, W., Reimer, A., Speckmann, B. & Wood, J. (2014). Automatic schematization with curved lines. *Geo-Info*, 2014(2), pp. 10-13.

This is the published version of the paper.

This version of the publication may differ from the final published version.

---

**Permanent repository link:** <https://openaccess.city.ac.uk/id/eprint/14152/>

**Link to published version:**

**Copyright:** City Research Online aims to make research outputs of City, University of London available to a wider audience. Copyright and Moral Rights remain with the author(s) and/or copyright holders. URLs from City Research Online may be freely distributed and linked to.

**Reuse:** Copies of full items can be used for personal research or study, educational, or not-for-profit purposes without prior permission or charge. Provided that the authors, title and full bibliographic details are credited, a hyperlink and/or URL is given for the original metadata page and the content is not changed in any way.

# Automatische schematisering met gebogen lijnen

Een schematische kaart gebruikt abstracte en gestileerde vormen om alleen de belangrijkste geografische kenmerken te tonen; onnodige details worden weggelaten. Handgetekende schematische kaarten zijn erg effectief in het communiceren van informatie met een geografische dimensie. Vaak worden vloeiende gebogen lijnen gebruikt om bijvoorbeeld landsgrenzen aan te duiden. Het creëren van een schematische kaart is echter een tijdrovend karwei. Het is dus wenselijk om dit te automatiseren. Pas recentelijk is het gebruik van gebogen lijnen doorgedrongen tot het onderzoek naar automatische schematisering. In dit artikel worden twee technieken besproken die een schematisering met krommen berekenen op basis van gedetailleerde geografische vormen.

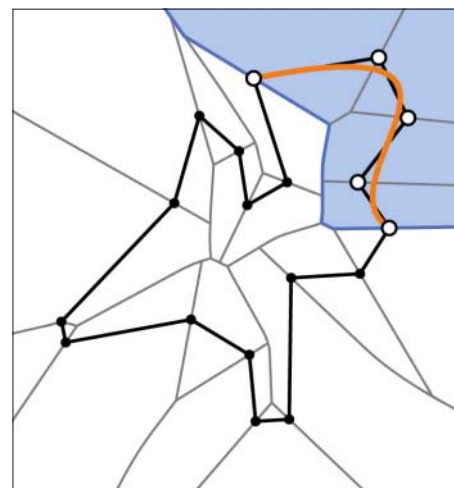
**Door Arthur van Goethem,  
Herman Haverkort, Wouter Meulemans,  
Andreas Reimer, Bettina Speckmann en  
Jo Wood**

Om inzicht te krijgen in informatie met een geografische dimensie, is het nuttig om deze informatie visueel weer te geven op een kaart. Dergelijke kaarten helpen mensen bij het nemen van beslissingen bij navigatie, bij hulpverlening bij rampen en ondersteunen de vorming van de publieke opinie. De boodschap van een doeltreffende kaart is direct duidelijk. Onnodige details, zoals de exacte geografische vormen, kunnen echter afleiden van de primaire informatie. Daarom is een schematische kaart vaak wenselijk. De aandacht van de kaartlezer wordt dan gericht op de informatie waar het echt om gaat. De vormen dienen herkenbaar genoeg te zijn om de informatie in zijn geografische context te plaatsen, zonder afbreuk te doen aan de helderheid van de kaart. Schematisering heeft enige verwantschap met generalisatie. Generalisatie beperkt het detailniveau echter tot datgene dat getoond kan worden en kan zich veroorloven ruwe kantjes te laten zitten die het met het blote oog nauwelijks zichtbaar zijn. Schematisering gaat veel verder en beperkt het detailniveau tot wat getoond moet worden. De stijl van de schematisering kan ook informatie overdragen, bijvoorbeeld over het type kaart of over het onderscheid tussen voor- en achtergrondinformatie. Een schematisering moet in ieder geval als zodanig herkenbaar zijn, zodat de gebruiker geen overbodige details zoekt of mist.

Beleidsmakers en het grote publiek zijn gebaat bij de productie van goede kaarten die op maat worden gemaakt voor de actuele omstandigheden. Omdat kaarten met de hand tekenen een tijdrovend karwei is, is zulk maatwerk over het algemeen alleen mogelijk als het met een druk op de knop kan gebeuren. Het is dus wenselijk om schematische kaarten automatisch te kunnen berekenen op basis van geografische informatie zoals landsgrenzen. Onderzoek naar deze automatisering heeft zich tot voor kort gericht op schematisering met rechte lijnen met een beperking op de richting (bijvoorbeeld horizontale, verticale en 45°-diagonale lijnen). Dit is vermoedelijk deels te wijten aan de invloed van succesvolle

kaarten zoals Becks kaart van het Londense metronetwerk, en deels aan het feit dat kartografische software tot voor kort vaak geen vloeiende kromme lijnen kon verwerken. Soms levert dit fraaie resultaten, maar vaak is het resultaat een bonte verzameling van zigzaglijnen die de kaart visueel domineren.

In handgetekende, geschematiseerde kaarten wordt dan ook vaak gebruik gemaakt van gebogen lijnen om bijvoorbeeld landsgrenzen aan te geven. Gebogen lijnen bieden meer uitdrukingskracht dan rechte lijnen: een keten van rechte lijnstukken kan vaak worden vervangen door één vloeiende boog. Recentelijk heeft de automatisering van dergelijke "gebogen schematisering" aandacht gekregen. Dit artikel bespreekt twee technieken die hieruit voort zijn gekomen. Beide methoden zijn gericht op het berekenen van een schematisering van territoriale grenzen zoals lands- of provinciegrenzen. Er wordt uitgegaan van grenzen die als een polygoon (een reeks van aaneensluitende lijnstukken) worden gegeven. Op basis hiervan wordt een representatie door middel van krommen berekend. De resultaten laten zien dat automatisch geschematiseerde kaarten op basis van vloeiende krommen tegenwoordig goed mogelijk zijn, en dat daarbij een wereld aan verschillende stijlen te ontdekken valt.



*Figuur 1 - Voronoi-cellen en een kromme ter vervanging van een polygoondeel.*

### Techniek 1: optimalisatie via Voronoi-cellen

In de eerste methode wordt voor elk paar hoekpunten van het polygoon een kromme berekend die het tussenliggende stuk van het polygoon zou kunnen vervangen. De kwaliteit van een kromme bepaalt hoe geschikt deze is om een gedeelte van het polygoon te vervangen. Door middel van dynamisch programmeren (een optimalisatietechniek) kan de beste selectie van benaderende krommen worden gemaakt die samen het hele polygoon vervangen. Een zo klein mogelijk aantal krommen bij een gegeven minimale kwaliteit, of een zo hoog mogelijke kwaliteit bij een gegeven aantal krommen. Er wordt alleen gebruik gemaakt van krommen die binnen de Voronoi-cel blijven, d.w.z. de kromme bestaat enkel uit punten waarvoor het dichtstbijzijnde punt langs het polygoon onderdeel is van het stuk polygoon dat wordt vervangen (Figuur 1). Hierdoor snijden de krommen die verschillende delen van het oorspronkelijke polygoon vervangen elkaar niet. Verschillende krommen en kwaliteitsmaten kunnen worden gebruikt; twee varianten van deze methode worden hieronder besproken.

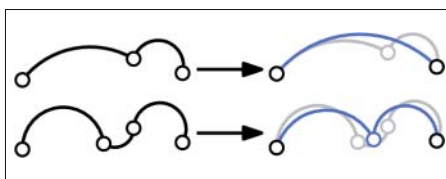
De eerste variant werkt met kubische Bézier-krommen. Om de kwaliteit van een kromme te berekenen, worden punten met een constante tussenafstand geplaatst langs zowel de kromme als het bijbehorende polygoondeel. Deze punten worden paarsgewijs met elkaar verbonden; elk paar heeft een onderlinge afstand. De afstand tussen de kromme en het polygoondeel wordt gedefinieerd als een gewogen gemiddelde van de onderlinge afstanden, waarbij paren dicht bij de eindpunten een hoger gewicht krijgen. Een lage afstand duidt een hoge kwaliteit aan. Via numerieke benadering wordt voor een polygoondeel een kromme met een hoge kwaliteit berekend. De weging zorgt ervoor dat de berekende kromme rond de eindpunten min of meer in de goede richting loopt. Dit voorkomt scherpe hoeken in het resultaat die niet in het polygoon zaten. De scherpe hoeken die wel in de schematisering te zien zijn komen dan ook overeen met een duidelijk zichtbare scherpe hoek in het polygoon.

De tweede variant werkt met cirkelbogen. Deze worden zo gekozen dat de oppervlakte van het polygoon niet verandert wanneer een gedeelte door een cirkelboog wordt vervangen. De kwaliteit van een cirkelboog wordt nu berekend als de zogenaamde Fréchet-afstand tussen de boog en het vervangen gedeelte

van het polygoon. Deze afstand kan gezien worden als de minimale maximum afstand tussen de boog en het polygoondeel als beide lijnen van begin tot eind getraceerd worden. Ook hier geldt dat een hoge afstand een lage kwaliteit aangeeft.

### Techniek 2: stapsgewijs vervangen

De tweede methode voor schematisering gaat uit van het oorspronkelijke polygoon en beschouwt elke zijde daarvan als een cirkelboog met een oneindig grote straal. Vervolgens wordt het polygoon steeds verder geschematiseerd door telkens twee of drie opeenvolgende cirkelbogen door



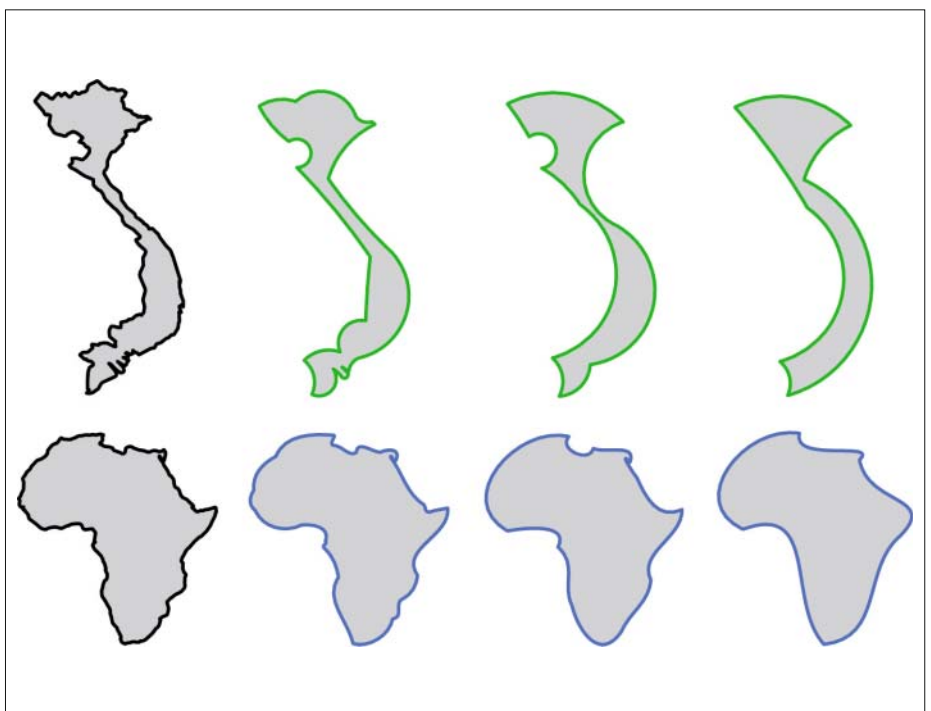
Figuur 2 - Het vervangen van cirkelbogen.

respectievelijk één dan wel twee cirkelbogen te vervangen (zie Figuur 2). Daarbij wordt wederom gegarandeerd dat de oorspronkelijke oppervlakte behouden blijft en cirkelbogen elkaar niet snijden. In het geval dat drie cirkelbogen door twee cirkelbogen worden vervangen wordt een heuristiek gebruikt om een goed punt te vinden waar de twee

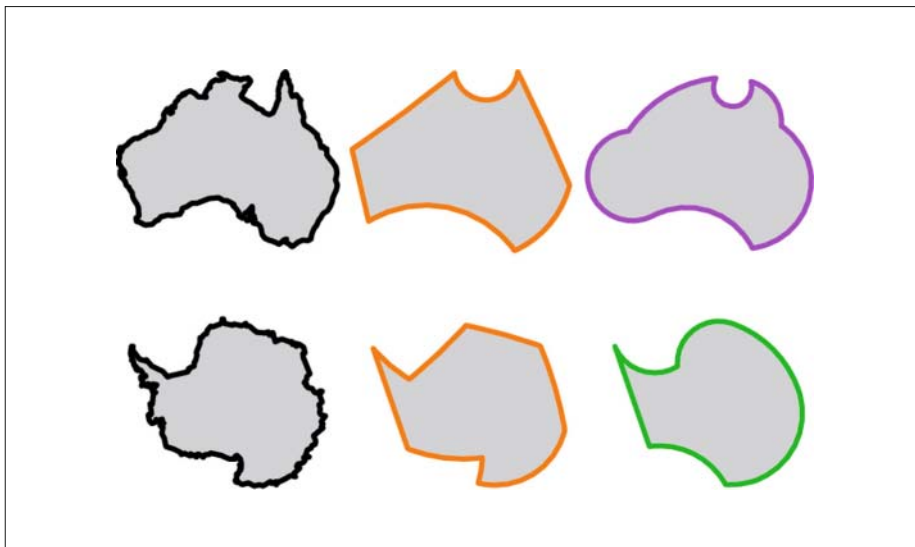
cirkelbogen op elkaar aansluiten; dit punt hoeft geen hoekpunt van het oorspronkelijke polygoon te zijn. In elke stap van het algoritme zijn er meerdere opties om cirkelbogen te vervangen. De gekozen optie heeft de beste gelijkenis tussen de vervangende cirkelbogen en het originele polygoondeel dat deze bogen representeren. Om de gelijkenis te bepalen wordt het "symmetrische verschil" gebruikt: dit is de oppervlakte van het origineel dat niet wordt bedekt door het polygoon met de vervangende cirkelbogen en vice versa. De stapsgewijze methode ondersteunt verschillende tekenstijlen door het symmetrisch verschil te wegen met andere geometrische eigenschappen van de vervangende cirkelbogen. Drie stijlen worden beschouwd: licht gebogen, sterk gebogen, of gecombineerd. Voor de licht gebogen stijl wordt een voorkeur gegeven aan cirkelbogen met een hoge straal; voor de sterk gebogen stijl wordt juist een voorkeur gegeven aan een kleine straal. De gecombineerde stijl gebruikt geen voorkeur: de keuze van een stap gebeurt enkel aan de hand van het symmetrisch verschil.

### Voorbeeldresultaten

Het gebruik van verschillende krommen en kwaliteitsmaten kan leiden tot zeer verschillende resultaten. Bézier-krommen, die complexe vormen kunnen representeren, zijn in staat om zelfs bij zeer simpele schematisering



Figuur 3 - Resultaten van de eerste techniek: Vietnam met cirkelbogen (boven) en Afrika met Bézier-krommen (onder). Van links naar rechts worden steeds minder krommen gebruikt om een sterkere schematisering te bereiken.



Figuur 4 - Resultaten van de tweede techniek: Australië (boven) en Antarctica (onder). Voor beide een schematisering in de licht gebogen stijl (oranje). Voor Australië tevens een sterk gebogen schematisering (paars) en voor Antarctica een gecombineerde schematisering (groen).

ringen nog accuraat vormen weer te geven. De resultaten met cirkelbogen geven echter een veel sterker geschematiseerde indruk door hun kunstmatige vormgeving. Afhankelijk van de doelstelling van de kaart genieten verschillende krommen de voorkeur. Figuur 3 en Figuur 4 tonen resultaten van de eerste respectievelijk tweede techniek. Figuur 5 illustreert een uitgewerkte schematische kaart.

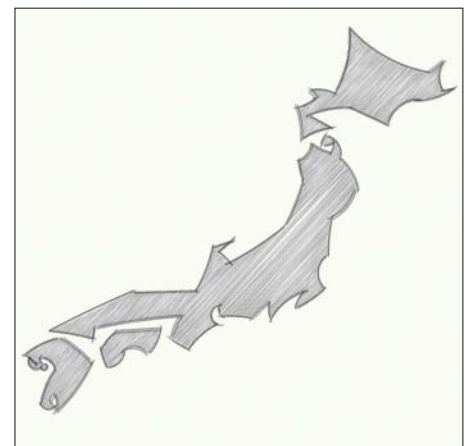
De doelstelling van een kaart beïnvloedt diverse aspecten, zoals kleurgebruik en stijl van weergave. Ook de schematiseringsstijl

(bijvoorbeeld Bézier-krommen of cirkelbogen) hangt hiervan af. Tussen weergave en schematiseringsstijl bestaat dus een mogelijke correlatie. Een opvallende weergave kan gebaat zijn bij het gebruik van cirkelbogen, vanwege hun opvallende vorm. De complexere Bézier-krommen hebben meer vrijheid en daarmee een lagere visuele abstractie, waardoor vormen minder opvallen in de uiteindelijke kaart. Figuur 6 illustreert een mogelijke combinatie van weergave en schematiseringsstijl. De licht gebogen schematisering past goed bij het schetsproces waarbij sterk gebogen krommen

niet veel gebruikt worden. Figuur 7 illustreert een andere combinatie, waarbij kleurgebruik en schematiseringsstijl zijn afgestemd op het betreffende land.

## Discussie

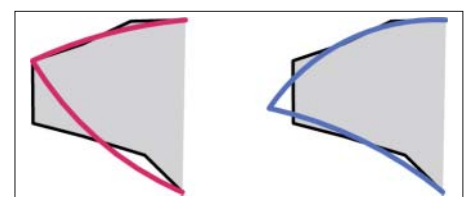
De eerste methode is in zekere zin grondig, omdat zeer veel krommen worden overwogen en een optimale combinatie wordt berekend. Het is echter ook relatief tijdrovend en weinig flexibel, omdat slechts krommen die op hoekpunten van het oorspronkelijke polygon beginnen en eindigen kunnen worden gebruikt. Bij vergaande schematisering kan dit



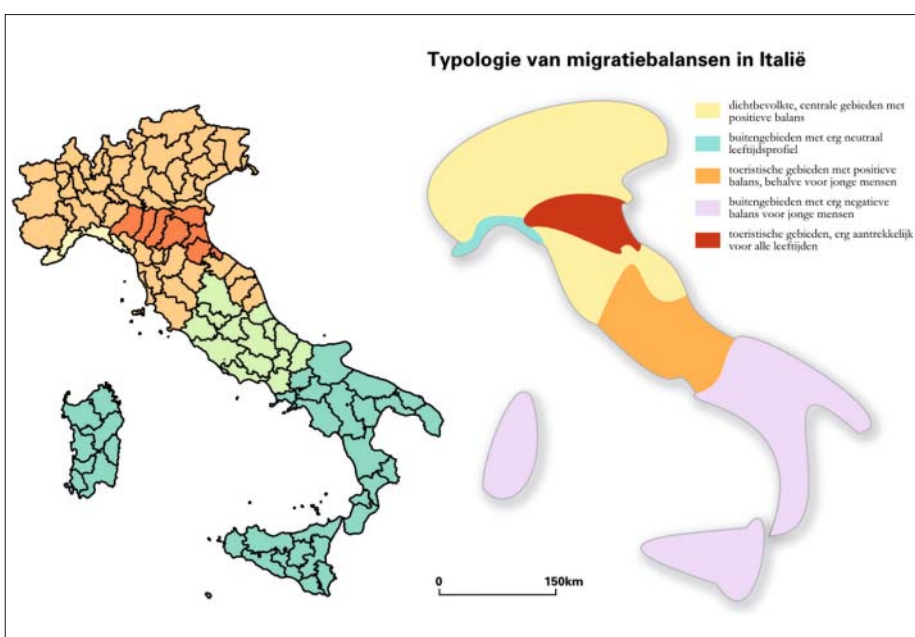
Figuur 6 - Een licht gebogen schematisering van Japan combineert goed met een schetsweergave.



Figuur 7 - Een sterk gebogen schematisering van India heeft overeenkomsten met veel voorkomende Indiase ornamenten. De weergave bootst het kleurgebruik van dergelijke ornamenten na.

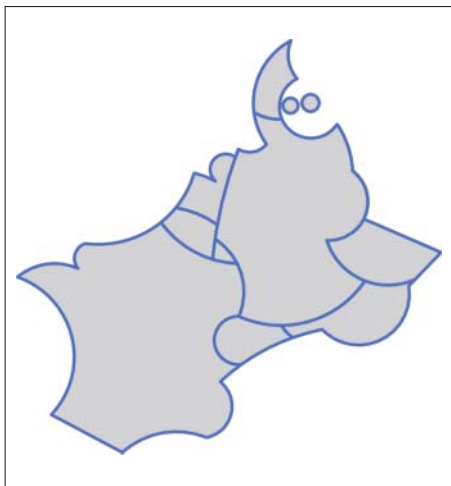


Figuur 8 - De mogelijkheid om "nieuwe" punten te gebruiken leidt soms tot betere schematisering.



Figuur 5 - Schematische kaart (rechts) op basis van gegevens geïllustreerd in een gedetailleerde kaart (links). De schematische kaart gebruikt een representatie berekend met de eerste techniek.





Figuur 9 - Schematisering van een deel van Europa. Bijvoorbeeld de kustlijn van Frankrijk-België-Nederland gebruikt één cirkelboog.

problemen opleveren omdat de best denkbare schematisering vaak bestaat uit krommen met eindpunten die buiten het oorspronkelijke polygoon liggen (zie Figuur 8). De looptijd van de eerste methode is evenredig met de derde macht van het aantal hoekpunten van het oorspronkelijke polygoon. De tweede methode is flexibeler en veel sneller: de looptijd is kwadratisch. Aan de andere kant is de relatie tussen invoer en resultaat minder direct: het resultaat is niet noodzakelijk de optimale combinatie van cirkelbogen. In theorie kunnen beide methoden problemen krijgen wanneer de invoer vlak langs zichzelf loopt en "verstrikt" raakt: om snijpunten te voorkomen, is dan een hoog aantal krommen vereist. In de praktijk leveren ze echter fraaie resultaten. Bovendien kunnen beide methoden eenvoudig worden aangepast om niet een enkel polygoon, maar een verzameling polygoonen (bijvoorbeeld een aantal aangrenzende landen) te schematiseren. Helaas is het daarbij wel zo dat "drielandpunten" op hun plek moeten blijven. Momenteel wordt er gewerkt aan een techniek die dergelijke punten kan verplaatsen: Figuur 9 toont een voorlopig resultaat hiervan.

De resultaten van de tweede methode zijn onderworpen aan een gebruikerstest waarbij vier verschillende schematiseringsstijlen werden vergeleken: de drie gebogen stijlen en één stijl met rechte lijnen. Hieruit bleek dat gebruikers schematisering met rechte lijnen minder complex noemen dan met gebogen lijnen, maar schematiseringen met een niet al te klein of te groot aantal gebogen lijnen beter kunnen herkennen dan schematiseringen met een zelfde aantal rechte lijnen.

Het gebruik van gebogen lijnen heeft dus duidelijk voordelen.

### Referenties

Dit artikel is gebaseerd op technieken gepresenteerd in de volgende publicaties.  
Arthur van Goethem, Wouter Meulemans, Andreas Reimer, Herman Haverkort, Bettina Speckmann. Topologically Safe Curved Schematisation. *The Cartographic Journal*, 50(3):276-285, 2013.  
Arthur van Goethem, Wouter Meulemans, Bettina Speckmann, Jo Wood. Exploring Curved Schematization. In *Proceedings of the 7th IEEE Pacific Visualization Symposium*, 2014. (Verschijnt binnenkort)

### Samenvatting

Een doeltreffende kaart toont geen overbodige details, maar alleen de belangrijkste kenmerken. Hiervoor kan een schematisering worden gebruikt: een abstracte en gestileerde weergave. In handgetekende, geschematiseerde kaarten worden vaak vloeiende gebogen lijnen gebruikt. Dit artikel beschrijft twee technieken voor het automatisch schematiseren van territoriale grenzen met behulp van krommen. De eerste techniek is geschikt voor verschillende soorten gebogen lijnen, maar is gebonden aan de gegeven hoekpunten. De tweede techniek is sneller en is niet gebonden aan de gegeven punten, maar werkt alleen met cirkelbogen. De resulterende schematiseringen tonen aan dat er diverse stijlen te ontdekken zijn.

### Summary

An effective map shows no excess details, only the most important features. A schematization is an abstract and stylized representation and is well suited for such a map. Curves are commonly used in manually drawn schematic maps. This article describes two techniques for the automated schematization of territorial outlines using curves. The first technique can use different types of curves, but is restricted to input points. The second technique is faster and does not have this restriction, but is designed only for circular arcs. The resulting schematizations show that different styles can be attained.

Arthur van Goethem, promovendus, Faculteit Wiskunde en Informatica, Technische Universiteit Eindhoven, a.i.v.goethem@tue.nl  
Herman Haverkort, universitair docent, Faculteit Wiskunde en Informatica, Technische Universiteit Eindhoven, h.j.haverkort@tue.nl  
Wouter Meulemans, promovendus, Faculteit Wiskunde en Informatica, Technische Universiteit Eindhoven, w.meulemans@tue.nl  
Andreas Reimer, onderzoeker, Geographisches Institut, Universität Heidelberg, andreas.reimer@geog.uni-heidelberg.de  
Bettina Speckmann, hoogleraar, Faculteit Wiskunde en Informatica, Technische Universiteit Eindhoven, b.speckmann@tue.nl  
Jo Wood, hoogleraar, giCentre, City University London, j.d.wood@city.ac.uk

## Landmeetkundige valentijnskaarten...



...kreeg de redactie in februari bij MOS in Nijkerk. Bleken ze van de redactie van het blad *De Hollandse Cirkel* te zijn. Ze waren slechts digitaal en op hun beurt ontleend aan [www.rubylane.com](http://www.rubylane.com) en [www.landsurveyorsunited.com](http://www.landsurveyorsunited.com). Niettemin dank en het doorgeven waard!

Redactie

